

## Twierdzenie o rekurencji uniwersalnej

Niech  $a \geq 1$  i  $b > 1$  będą stałymi, niech  $f(n)$  będzie pewną funkcją i niech  $T(n)$  będzie zdefiniowane dla nieujemnych liczb całkowitych przez rekurencję

$$T(n) = aT(n/b) + f(n),$$

gdzie  $n/b$  oznacza  $\lfloor n/b \rfloor$  lub  $\lceil n/b \rceil$ . Wtedy funkcja  $T(n)$  może być ograniczona asymptotycznie w następujący sposób:

1. Jeśli  $f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon})$  dla pewnej stałej  $\varepsilon > 0$ , to  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ .
2. Jeśli  $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ , to  $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \lg n)$ .
3. Jeśli  $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$  dla pewnej stałej  $\varepsilon > 0$  i jeśli  $af(n/b) \leq cf(n)$  dla pewnej stałej  $c < 1$  i wszystkich dostatecznie dużych  $n$ , to  $T(n) = \Theta(f(n))$ .