

Notacje Θ , O , Ω , o , ω

Dla danej funkcji $g(n)$ oznaczamy przez $\Theta(g(n))$ zbiór wszystkich takich funkcji $f(n)$, dla których istnieją dodatnie stałe c_1, c_2, n_0 , takie że dla wszystkich $n \geq n_0$

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n).$$

Przez $O(g(n))$ oznaczamy zbiór wszystkich takich funkcji $f(n)$, dla których istnieją dodatnie stałe c, n_0 , takie że dla wszystkich $n \geq n_0$

$$0 \leq f(n) \leq c g(n).$$

Przez $\Omega(g(n))$ oznaczamy zbiór wszystkich takich funkcji $f(n)$, dla których istnieją dodatnie stałe c, n_0 , takie że dla wszystkich $n \geq n_0$

$$0 \leq c g(n) \leq f(n).$$

Przez $o(g(n))$ oznaczamy zbiór wszystkich takich funkcji $f(n)$, dla których dla każdej dodatniej stałej $c > 0$ istnieje stała $n_0 > 0$, taka że dla wszystkich $n \geq n_0$

$$0 \leq f(n) < c g(n).$$

Inna definicja:

Przez $o(g(n))$ oznaczamy zbiór wszystkich takich funkcji $f(n)$, że

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0.$$

Przez $\omega(g(n))$ oznaczamy zbiór wszystkich takich funkcji $f(n)$, dla których dla każdej dodatniej stałej $c > 0$ istnieje stała $n_0 > 0$, taka że dla wszystkich $n \geq n_0$

$$0 \leq c g(n) < f(n).$$

Inna definicja:

Przez $\omega(g(n))$ oznaczamy zbiór wszystkich takich funkcji $f(n)$, że

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \infty.$$

Uwaga: Mimo że $\Theta(g(n))$, $O(g(n))$, $\Omega(g(n))$, $o(g(n))$, $\omega(g(n))$ są zbiorami, piszemy $f(n) = \Theta(g(n))$, a nie $f(n) \in \Theta(g(n))$ itd.

Porównywanie funkcji

Przechodność:

$$f(n) = \Theta(g(n)) \quad \text{i} \quad g(n) = \Theta(h(n)) \quad \Rightarrow \quad f(n) = \Theta(h(n))$$

$$f(n) = O(g(n)) \quad \text{i} \quad g(n) = O(h(n)) \quad \Rightarrow \quad f(n) = O(h(n))$$

$$f(n) = \Omega(g(n)) \quad \text{i} \quad g(n) = \Omega(h(n)) \quad \Rightarrow \quad f(n) = \Omega(h(n))$$

$$f(n) = o(g(n)) \quad \text{i} \quad g(n) = o(h(n)) \quad \Rightarrow \quad f(n) = o(h(n))$$

$$f(n) = \omega(g(n)) \quad \text{i} \quad g(n) = \omega(h(n)) \quad \Rightarrow \quad f(n) = \omega(h(n))$$

Zwrotność:

$$f(n) = \Theta(f(n))$$

$$f(n) = O(f(n))$$

$$f(n) = \Omega(f(n))$$

Symetria:

$$f(n) = \Theta(g(n)) \quad \Leftrightarrow \quad g(n) = \Theta(f(n))$$

Symetria transpozycyjna:

$$f(n) = O(g(n)) \quad \Leftrightarrow \quad g(n) = \Omega(f(n))$$

$$f(n) = o(g(n)) \quad \Leftrightarrow \quad g(n) = \omega(f(n))$$