

Modelowanie matematyczne

Wybrane Zagadnienia Zastosowań
Matematyki

Wykład 2

Rafał Witkowski, 2013

Co to jest model

- reprezentacja badanego obiektu w postaci innej, niż ta, w której występuje on w rzeczywistości.
- W nauce model jest rozumiany jako uproszczona, celowo, reprezentacja rzeczywistości.

Typy modeli

- modele o podobieństwie geometrycznym (mapy, makiety)
- modele o podobieństwie kinematycznym
- modele o podobieństwie dynamicznym (makiety stosowane w tunelach aerodynamicznych)
- modele tworzone przez analogie (hydrauliczno elektryczny)
- **modele matematyczne.**

Cele modeli

- opis zjawiska w sposób zrozumiały dla człowieka,
- określenie pewnych cech zjawiska,
- przewidywanie wartości nieznanymi (np. przyszłych) związanych z danym zjawiskiem.

Model matematyczny

Model matematyczny to skończony zbiór symboli i relacji matematycznych oraz ścisłych zasad operowania nimi, przy czym zawarte w modelu symbole i relacje mają interpretację odnoszącą się do konkretnych elementów modelowanego wycinka rzeczywistości.

Model matematyczny

Zbiór symboli i relacji matematycznych - to twór abstrakcyjny; czynnikiem przekształcającym go w model matematyczny jest fizyczna interpretacja.

Tworzenie modelu matematycznego

1. Dogłębne zrozumienie
zagadnienia!

Tworzenie modelu matematycznego

2. Opis teoretyczny
zagadnienia na podstawie
bieżącej wiedzy

Tworzenie modelu matematycznego

3. Budowa (nieformalnego) modelu heurystycznego

Tworzenie modelu matematycznego

4. Wyodrębnienie parametrów modelu

Tworzenie modelu matematycznego

5. Wyodrębnienie zmiennych modelu

Zmienne, a parametry

- Parametry należy wyznaczyć na podstawie eksperymentów, pomiarów czy obserwacji w naturze,
- zmienne stanowią niewiadome, które obliczamy/analizujemy ich przebieg na podstawie modelu.

Poprawny model wg Hadamarda

- Rozwiązywalny
- Rozwiązanie zawsze jednoznaczne
- Rozwiązanie stabilne względem warunków początkowych i parametrów

Tworzenie modelu matematycznego

6. Stworzenie funkcji modelującej

Tworzenie modelu matematycznego

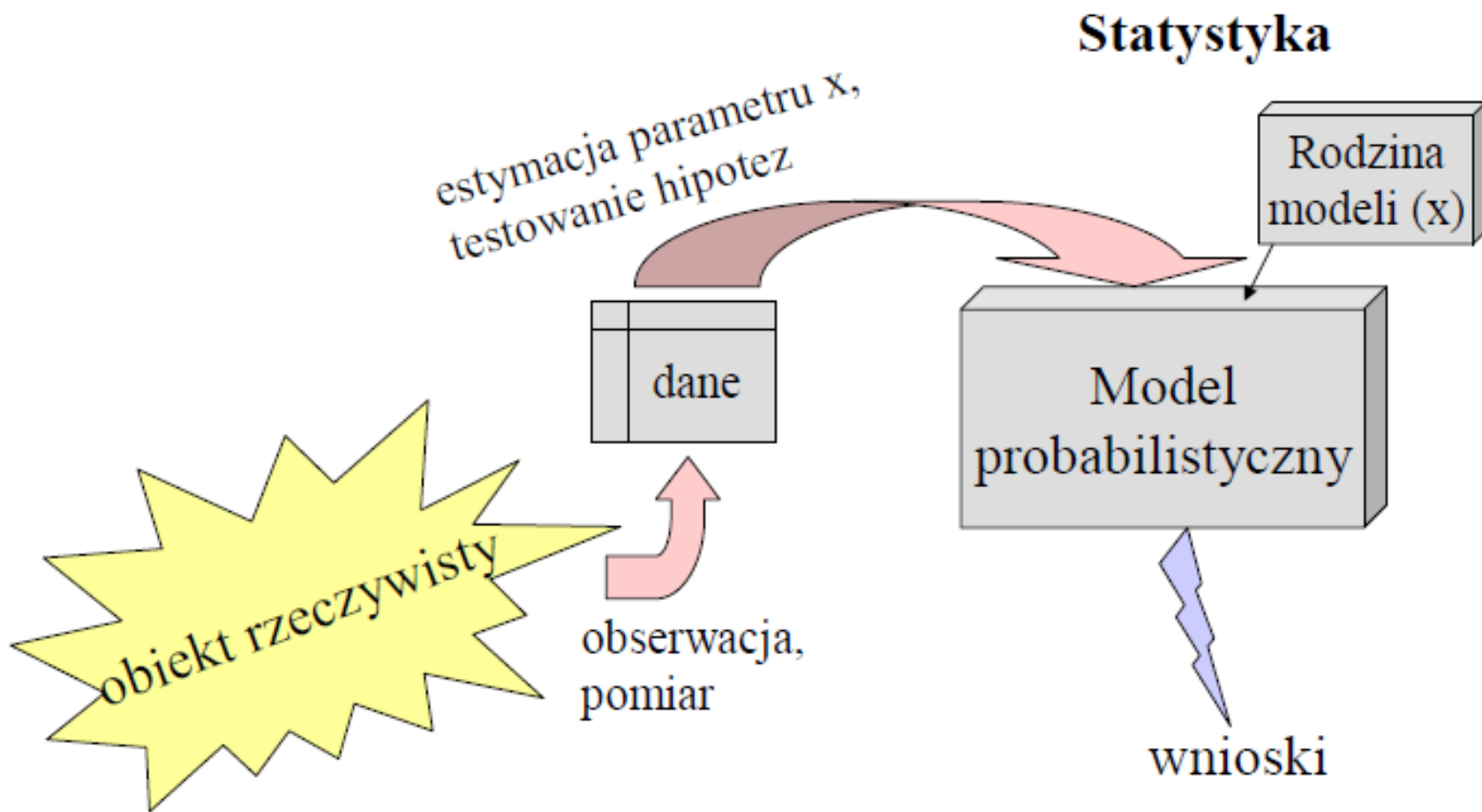
7. Weryfikacja modelu (eksperymentalna)

Koncepcja falsyfikowalności Poppera

- model czy teoria naukowa powinny być tak zbudowane, aby za pomocą eksperymentu można było je obalić.
- nawet bardzo duża liczba eksperymentów potwierdzających nie daje całkowitej gwarancji poprawności modelu, ale wystarczy jeden eksperyment falsyfikujący, aby wykazać jego niepoprawność.

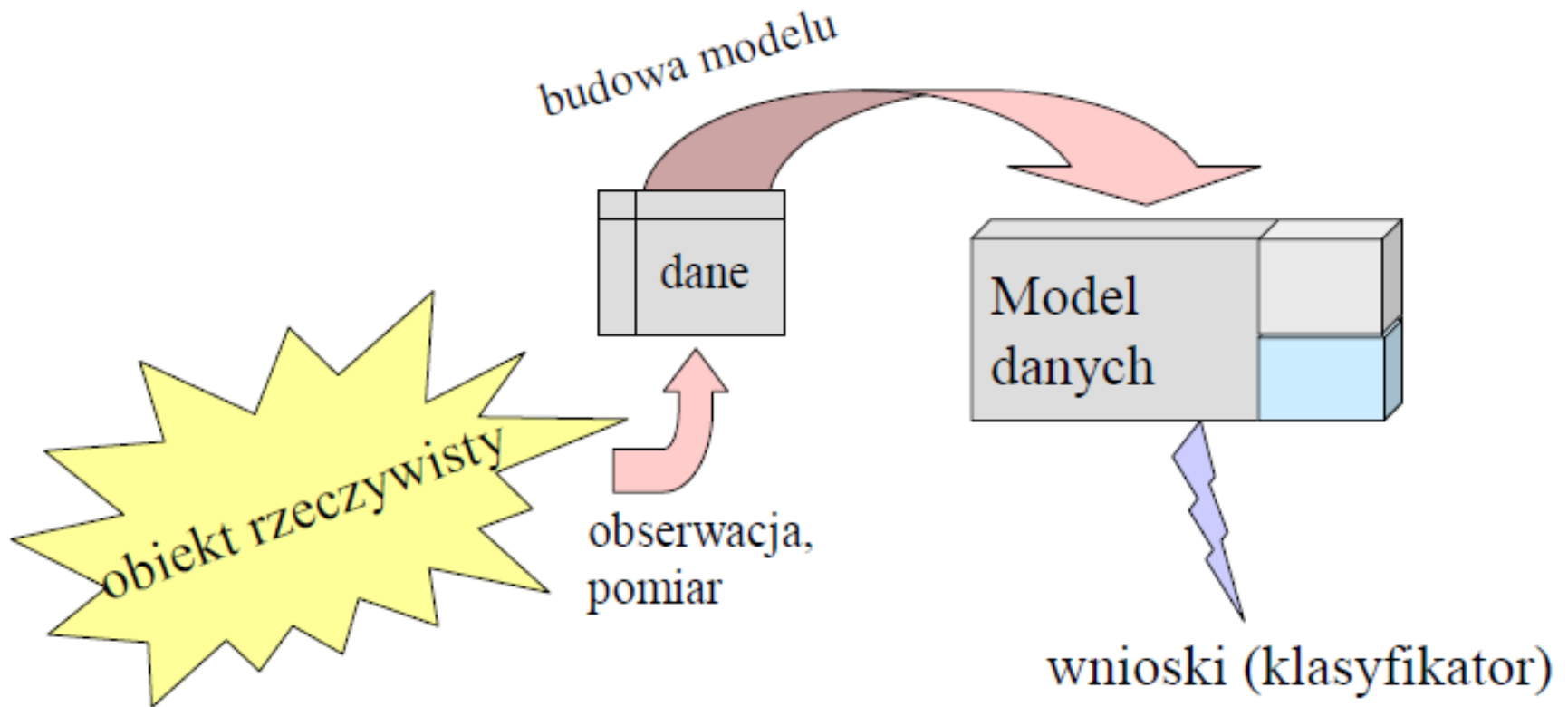
Modele statyczne, ciągłe, dyskretne

Różne podejścia



Różne podejścia

Eksploracja danych (klasyfikacja)



Założenia

- Znana próbka jest reprezentatywnym podzbiorem całości. (To zakładamy prawie zawsze)
- Istnieje pewien rozkład prawdopodobieństwa (stały w czasie), z którego pochodzą próbki danych. To umożliwia stosowanie aparatu statystycznego i probabilistycznego; niektóre sytuacje zmienne w czasie (np. notowania giełdowe) też możemy modelować.
- Dane mają pewien konkretny rozkład prawdopodobieństwa (np. normalny). To silne założenie, często stosowane w statystyce. Możemy szacować, na ile konkretne dane pasują do tego założenia, a także estymować parametry tego rozkładu.

Założenia

Metody eksploracji danych konstruuja model bez zakładania globalnego rozkładu prawdopodobieństwa.

Zamiast tego posługują się zwykle zasada:

Jeżeli dane mogą być opisane (zamodelowane) na kilka różnych sposobów, to za najbliższy rzeczywistości (najbardziej pożądanym) uznajemy model najprostsz. (Zasada Einsteina – minimalnego opisu.)

Testowanie modelu!

Dane treningowe (znana decyzja)

o1	12.3	AAC	1	-5	1
o2	6.87	AAA	1	-2	0
o3	0.12	BBB	0	0	0
...

budowa modelu

Dane testowe (znana decyzja)

o1	25.1	BBA	0	-1	0
o2	15.8	BBB	1	-2	0
o3	7.6	BAB	1	-4	1
...

Klasyfikator

liczymy prawidłowe
odpowiedzi klasyfikatora

Skąd wziąć
dane testowe?

Wykres na koniec

